COURS • 2ÈME ANNÉE SCIENCES

Chapitre 9 — Généralités sur les fonctions

◆ **Sommaire**

- 1. Fonction, ensemble de définition, courbe
- 2. Parité
- 3. Sens de variation — taux de variation
- 4. Extremums, fonctions majorées, minorées
- 5. Lecture graphique
- 6. Fiche mémo

◆ **L'essentiel à retenir — Objectifs du programme officiel**

- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction ; lire et tracer une courbe.
- Étudier la parité d'une fonction et l'exploiter graphiquement.
- Étudier le sens de variation d'une fonction (définition, taux de variation) et déterminer ses extremums.

1 Fonction, ensemble de définition, courbe

◆ **Définition**

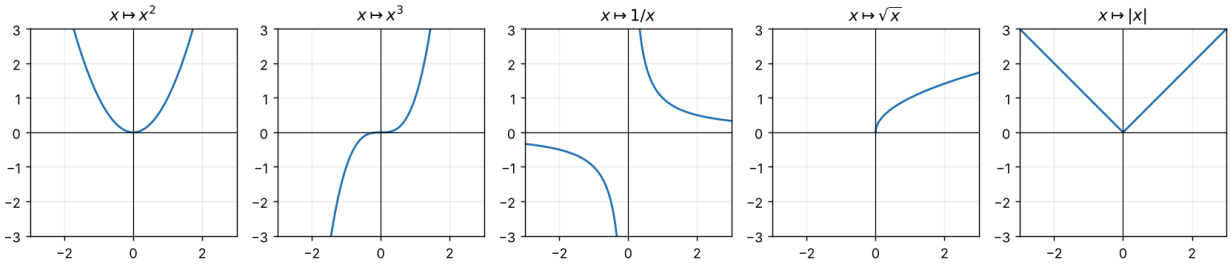
- Une **fonction** f associe à chaque réel x d'un ensemble D_f un unique réel $f(x)$, appelé **image** de x ; x est un **antécédent** de $f(x)$.
- D_f est l'**ensemble de définition** : l'ensemble des réels qui ont une image.
- La **courbe** C_f est l'ensemble des points $M(x\,;f(x))$ pour $x \in D_f$.

◆ **Méthode — déterminer D_f**

- Un dénominateur ne doit pas s'annuler.
- L'expression sous une racine carrée doit être positive ou nulle.

◆ **Exemple corrigé**

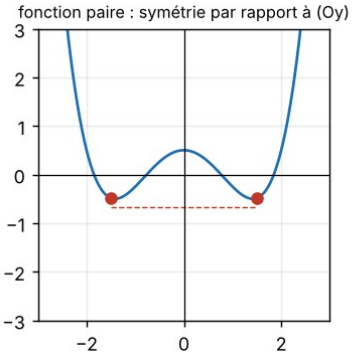
- $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-4}$: $D_f = IR \setminus \{-2\,;2\}$.
- $g(x)=\sqrt{3-x}$: $3-x\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 3$, donc $D_g=]-\infty\,;3]$.

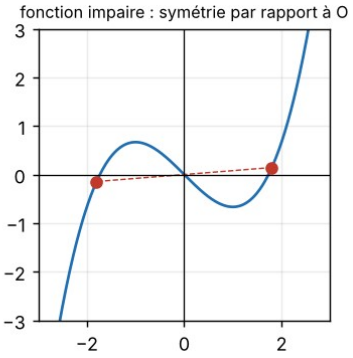


2 Parité

◆ Définition

- f est **paire** si pour tout $x \in D_f$: $-x \in D_f$ et $f(-x)=f(x)$; sa courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- f est **impaire** si pour tout $x \in D_f$: $-x \in D_f$ et $f(-x)=-f(x)$; sa courbe est symétrique par rapport à l'origine.





◆ Méthode

- Vérifier d'abord que D_f est **symétrique par rapport à** 0.
- Calculer $f(-x)$ et comparer avec $f(x)$ et $-f(x)$.
- Pour montrer que f n'est ni paire ni impaire, il suffit d'un contre-exemple numérique.

◆ Exemple corrigé

- $f(x)=x^4-3x^2$: $f(-x)=f(x)$, f est paire.
- $g(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$: $g(-x)=-g(x)$, g est impaire.
- $h(x)=x^2+x$: $h(1)=2$ et $h(-1)=0$, h n'est ni paire ni impaire.

3 Sens de variation — taux de variation

◆ Définition — sur un intervalle I

- f est **croissante** sur I si pour tous a, b de I : $a<b \Rightarrow f(a)\leq f(b)$; **strictement croissante** si $f(a)<f(b)$.
- f est **décroissante** sur I si $a<b \Rightarrow f(a)\geq f(b)$; **strictement décroissante** si $f(a)>f(b)$.
- f est **monotone** sur I si elle est croissante ou décroissante sur I.

◆ Théorème — taux de variation

Pour $a\neq b$ dans I, on pose $T=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$. Si $T>0$ pour tous $a\neq b$, f est strictement croissante sur I ; si $T<0$, strictement décroissante.

◆ Exemple corrigé

Étudier le sens de variation de $f(x)=x^2$ sur $[0;+\infty[$ et sur $]-\infty;0]$.

Solution. $T=\dfrac{b^2-a^2}{b-a}=a+b$. Sur $[0;+\infty[$, $a+b>0$ (pour $a\neq b$) : f est strictement croissante. Sur $]-\infty;0]$, $a+b<0$: f est strictement décroissante.

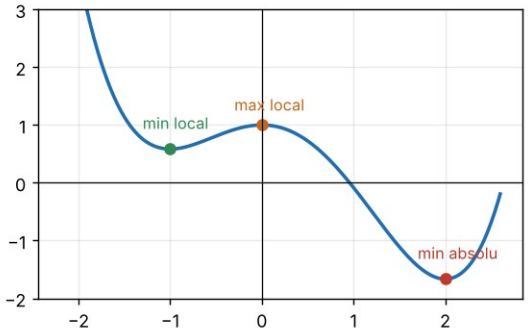
◆ Méthode — tableau de variation

On résume les variations dans un tableau : une flèche montante sur un intervalle où f est croissante, descendante où elle est décroissante, avec les valeurs aux bornes.

4 Extremums, fonctions majorées, minorées

◆ Définition

- f admet un **maximum** M en x_0 sur I si $f(x)\leq f(x_0)=M$ pour tout $x\in I$; un **minimum** m en x_0 si $f(x)\geq f(x_0)=m$.
- f est **majorée** sur I s'il existe M tel que $f(x)\leq M$ pour tout $x\in I$; **minorée** s'il existe m tel que $f(x)\geq m$; **bornée** si elle est les deux.



◆ **Exemple corrigé**

Montrer que $f(x)=x^2-4x+7$ admet un minimum sur IR.

Solution. $f(x)=(x-2)^2+3\geq 3=f(2)$: le minimum de f est 3, atteint en $x=2$.

5 Lecture graphique

◆ **Méthode**

- $f(a)$: ordonnée du point de C_f d'abscisse a.
- Antécédents de k : abscisses des points d'intersection de C_f et de la droite $y=k$.
- Solutions de $f(x)=g(x)$: abscisses des points d'intersection de C_f et C_g ; de $f(x)>g(x)$: abscisses des points où C_f est au-dessus de C_g.

★ Fiche mémo

Notion	À retenir
Ensemble de définition	dénominateur non nul ; radicande positif
Paire	$f(-x)=f(x)$; symétrie par rapport à l'axe des ordonnées
Impaire	$f(-x)=-f(x)$; symétrie par rapport à l'origine
Variations	signe du taux $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$
Extremum	$f(x)\leq f(x_0)$ (maximum) ou $f(x)\geq f(x_0)$ (minimum)