EXERCICES • 2ÈME ANNÉE SCIENCES

Chapitre 6 — Translations

1 Reconnaître une translation

Exercice 1

Soient A, B, C trois points non alignés et f l'application qui à M associe M' tel que $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$.

1) Construire $A' = f(A)$ et $B' = f(B)$.

2) Montrer que f est une translation dont on déterminera le vecteur.

3) Plus généralement, pour $\overrightarrow{MM'} = a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} + c\overrightarrow{MC}$, comment choisir a, b, c pour que f soit une translation ?

Exercice 2

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ non colinéaires et A un point. On pose $B = t_{\vec{u}}(A)$, $C = t_{\vec{v}}(B)$ et $D = t_{-\vec{u}}(C)$.

1) Quelle est la nature de $ABCD$? Déterminer $t_{-\vec{v}}(D)$.

2) Quelle condition doivent vérifier $\vec{u}$ et $\vec{v}$ pour que $ABCD$ soit un losange ? un carré ?

2 Expression analytique

Exercice 3

Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit f qui à $M(x, y)$ associe $M'(x', y')$ avec $x' = x + a$ et $y' = y + b$.

1) Montrer que f est une translation.

2) Pour $a = 1$ et $b = -3$, trouver une équation de l'image de D : $x + 3y - 1 = 0$.

3) Donner l'image du cercle de centre $\Omega(2, -1)$ et de rayon 3.

3 Constructions

Exercice 4

Soient deux droites sécantes D et D' et un vecteur $\vec{u}$. Construire $A \in D$ et $B \in D'$ tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

Exercice 5

Soient un cercle $\mathscr{C}$ et un vecteur $\vec{u}$. Construire deux points A et B de $\mathscr{C}$ tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$. Discuter le nombre de solutions.

Exercice 6

Étant donnés deux points A et B et deux droites sécantes d_1 et d_2, construire un parallélogramme $ABCD$ tel que $C \in d_1$ et $D \in d_2$.

Exercice 7

Soit ABC un triangle et D un point de la droite (AC). On pose $E=t_{\overrightarrow{CB}}(D)$ et $F=t_{\overrightarrow{AE}}(C)$.

1) Déterminer les images des droites (DC) par $t_{\overrightarrow{CB}}$ et (AC) par $t_{\overrightarrow{AE}}$.

2) En déduire que B, E, F sont alignés.

3) Montrer que $F=t_{\overrightarrow{AD}}(B)$.

Exercice 8

Soit ABC un triangle, D le point tel que $ABCD$ soit un parallélogramme et M un point quelconque. Soit $M_1=t_{\overrightarrow{AB}}(M)$ et $M_2=t_{\overrightarrow{AD}}(M_1)$.

1) Montrer que $M_2=t_{\overrightarrow{AC}}(M)$.

2) Déterminer l'ensemble des points M_2 lorsque M décrit le cercle de centre A et de rayon AB.

Exercice 9

Deux cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ de même rayon, de centres O et O', se coupent en A et B.

1) Soit $A'=t_{\overrightarrow{OO'}}(A)$. Montrer que A' et B sont diamétralement opposés sur $\mathscr{C}'$.

2) Soit M un point de $\mathscr{C}$ distinct de A et B, et $M'=t_{\overrightarrow{OO'}}(M)$. Montrer que $(MA)\perp(M'B)$.

Exercice 10

Soit ABC un triangle et $BCDE$ un carré construit extérieurement sur le côté $[BC]$ (dans cet ordre, $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{CD}$). On note t la translation de vecteur $\overrightarrow{BE}$ et $A'=t(A)$.

1) Quelles sont les images par t de B et de C ?

2) Montrer que la perpendiculaire à (BC) passant par A est la hauteur issue de A' du triangle $A'ED$.

3) Montrer que la perpendiculaire à (AB) passant par D et la perpendiculaire à (AC) passant par E sont deux autres hauteurs de $A'ED$.

4) En déduire que ces trois perpendiculaires sont concourantes.

Exercice 11

Trois cercles ζ_1, ζ_2, ζ_3 de même rayon r et de centres I, J, K passent par un même point H. On note E, F, G les seconds points d'intersection de ζ_1 et ζ_2, de ζ_1 et ζ_3, de ζ_2 et ζ_3. Montrer que H est l'orthocentre du triangle EFG.

Auto-évaluation : vrai ou faux ?

Affirmation	Vrai	Faux
1. Une translation de vecteur non nul a exactement un point invariant.	☐	☐
2. L'image d'une droite par une translation est une droite parallèle.	☐	☐
3. $t_{\vec{u}} \circ t_{\vec{v}} = t_{\vec{u}+\vec{v}}$.	☐	☐
4. Une translation transforme un cercle en un cercle de même rayon.	☐	☐