COURS • 2ÈME ANNÉE SCIENCES

Chapitre 6 — Translations

◆ **Sommaire**

- 1. Définition d'une translation
- 2. Propriété caractéristique
- 3. Images des figures usuelles — conservation
- 4. Translation réciproque — composée de deux translations
- 5. Expression analytique
- 6. Translations et constructions, lieux géométriques
- 7. Fiche mémo

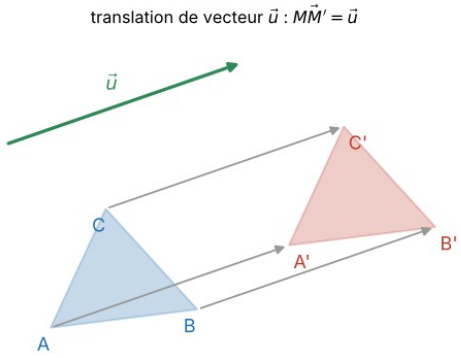
◆ **L'essentiel à retenir — Objectifs du programme officiel**

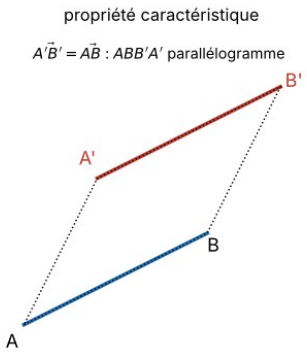
- Construire l'image d'un point, d'une figure par une translation.
- Utiliser la propriété caractéristique et les propriétés de conservation pour démontrer.
- Utiliser une translation pour résoudre un problème de construction ou de lieu géométrique.

1 Définition d'une translation

◆ **Définition**

Soit $\vec{u}$ un vecteur. La **translation de vecteur $\vec{u}$**, notée $t_{\vec{u}}$, est l'application du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$.





◆ **Propriété**

- Si $\vec{u}=\vec{0}$, $t_{\vec{u}}$ est l'identité du plan : tout point est invariant.
- Si $\vec{u}\neq\vec{0}$, $t_{\vec{u}}$ n'a aucun point invariant.

2 Propriété caractéristique

◆ **Théorème**

Si $A'=t_{\vec{u}}(A)$ et $B'=t_{\vec{u}}(B)$, alors $\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{AB}$. Réciproquement, une application du plan qui vérifie $\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{MN}$ pour tous points M, N est une translation.

◆ **Démonstration**

$\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}=-\vec{u}+\overrightarrow{AB}+\vec{u}=\overrightarrow{AB}$.

◆ **Propriété — conséquence**

$A'B'=AB$: une translation **conserve les distances** ; si A, B, A', B' ne sont pas alignés, $ABB'A'$ est un parallélogramme.

3 Images des figures usuelles — conservation

Figure	Image par $t_{\vec{u}}$
segment $[AB]$	segment $[A'B']$ de même longueur
droite (AB)	droite $(A'B')$ parallèle à (AB)
cercle de centre I, de rayon r	cercle de centre $I'=t_{\vec{u}}(I)$, de même rayon r
polygone	polygone superposable (même périmètre, même aire)

◆ **Propriété — conservation**

Une translation conserve les distances, les milieux, l'alignement, le parallélisme, l'orthogonalité, les angles géométriques, les aires et le contact (une tangente a pour image une tangente).

4 Translation réciproque — composée de deux translations

◆ **Propriété**

- $M'=t_{\vec{u}}(M) \Leftrightarrow M=t_{-\vec{u}}(M')$: la réciproque de $t_{\vec{u}}$ est $t_{-\vec{u}}$.
- La composée $t_{\vec{v}} \circ t_{\vec{u}}$ est la translation de vecteur $\vec{u}+\vec{v}$.

5 Expression analytique

◆ **Théorème**

Dans un repère, si $\vec{u}(a\,;b)$, $M(x\,;y)$ et $M'(x'\,;y')=t_{\vec{u}}(M)$: $\begin{cases} x'=x+a \\ y'=y+b \end{cases}$.

◆ **Exemple corrigé**

$\vec{u}(2;-1)$. Déterminer l'image du point $A(1;3)$ et une équation de l'image de la droite $D: 2x+y-1=0$.

Solution. $A'(3;2)$. Un point $M'(x';y')$ est sur D' si $M(x'-2;y'+1)$ est sur D : $2(x'-2)+(y'+1)-1=0$, soit $D': 2x+y-4=0$ (parallèle à D).

6 Translations et constructions, lieux géométriques

◆ **Méthode**

- Si un point M décrit une figure F et si $M'=t_{\vec{u}}(M)$, alors M' décrit l'image $t_{\vec{u}}(F)$.
- Pour construire un point M sur une figure F_1 tel que $\overrightarrow{MN}=\vec{u}$ avec N sur F_2 : N est à l'intersection de F_2 et de $t_{\vec{u}}(F_1)$.

◆ **Exemple corrigé**

Soit (C) un cercle de centre O, A et B deux points fixes. M décrit (C) et l'on construit N tel que $AMNB$ soit un parallélogramme. Déterminer le lieu de N.

Solution. $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AB}$: $N=t_{\overrightarrow{AB}}(M)$. Quand M décrit (C), N décrit le cercle de centre $O'=t_{\overrightarrow{AB}}(O)$ et de même rayon.

★ Fiche mémo

Notion	À retenir
Définition	$M'=t_{\vec{u}}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'}=\vec{u}$
Caractéristique	$\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{AB}$
Images	droite parallèle ; cercle de même rayon
Réciproque, composée	$t_{-\vec{u}}$; $t_{\vec{v}} \circ t_{\vec{u}}=t_{\vec{u}+\vec{v}}$
Analytique	$x'=x+a,\ y'=y+b$