EXERCICES • 2ÈME ANNÉE SCIENCES

# Chapitre 3 — Équations et inéquations — second degré

## 1 Premier degré

### Exercice 1

Résoudre dans IR après avoir factorisé :

a) $(x-4)(x+7)-(2x+3)(x+7)=0$ b) $(x+1)=(x+1)^3$ c) $x^2+2x+1=(2x-3)(x+1)$

### Exercice 2

Résoudre après avoir déterminé le domaine :

a) $\dfrac{2x-2}{2x+1}=2-\dfrac{2x}{2x-1}$

b) $\dfrac{6x-1}{3x+2}=\dfrac{6x+1}{3x-2}$

c) $\sqrt{x-1}=2\sqrt{x-2}$

### Exercice 3

Étudier le signe de $a(x)=(2x-3)(4-x)(5-3x)$ et de $f(x)=\dfrac{(2x-1)(3-x)}{(x-5)(3x+2)}$.

## 2 Valeur absolue, paramètre, systèmes

### Exercice 4

Soit $f(x)=|3x-2|-|2x+1|$.

1) Calculer $f(0)$ puis résoudre $f(x)=0$.

2) Écrire $f(x)$ sans valeur absolue, puis résoudre $f(x)<x-1$.

### Exercice 5

Résoudre et discuter suivant le paramètre réel $m$ :

a) $(2m+1)x-3>0$

b) $\dfrac{3m+2}{x+2}=m-1$

### Exercice 6

Résoudre les systèmes : $S_1:\begin{cases}2x+5y=-9\\x+7y=-18\end{cases}$ $S_2:\begin{cases}x-\sqrt{2}y=-1\\\sqrt{2}x-2y=-\sqrt{2}\end{cases}$

## 3 Second degré

### Exercice 7

Résoudre dans IR :

a) $x^2-5x+3=0$

b) $2x^2-4x-1=0$

c) $x^2-x-1=0$

### Exercice 8

Résoudre dans IR :

a) $x^2-2x-3\leq 0$

b) $-x^2+2x-3\leq 0$

c) $x^2-6x+9\geq 0$

d) $\dfrac{x}{x-4}\geq\dfrac{1}{x+5}$

### Exercice 9

Soit $f(x)=3x^3+2x^2-4x-1$. Vérifier que $1$ est solution de $f(x)=0$, écrire $f(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$ puis résoudre $f(x)=0$.

### Exercice 10

Résoudre dans IR :

a) $\sqrt{x+1}-x+5=0$

b) $\sqrt{1+x^2}=\sqrt{3x-1}$

### Exercice 11

Au dernier devoir, la moyenne de la classe est $17$, celle des filles $17{,}4$ et celle des garçons $16{,}3$. La classe compte entre $30$ et $40$ élèves. Combien y a-t-il de filles et de garçons ?

### Exercice 12

1) L'aire d'un triangle rectangle est $429$ m² et son hypoténuse mesure $72{,}5$ m. Calculer son périmètre.

2) Existe-t-il trois entiers consécutifs dont la somme des carrés vaut $15\,125$ ? Même question avec $15\,127$.

### Exercice 13

Soit $(E_m): 3x^2+(3m+2)x-5=0$, où $m$ est un réel.

1) Justifier que pour tout $m$, $(E_m)$ admet deux racines distinctes $x_1$ et $x_2$.

2) Déterminer $m$ pour que $-1$ soit solution ; donner alors l'autre solution.

3) Existe-t-il $m$ tel que la somme des racines soit $-2$ ? tel que les racines soient opposées ?

4) Sans calculer les racines, exprimer ${x_1}^2+{x_2}^2$ en fonction de $m$.

### Exercice 14

Résoudre et discuter suivant $m$ l'équation $(m-1)x^2-2(m-2)x+m+1=0$.

## Exercice 15

**1)** Montrer que pour tout réel $x$ : $x(1-x)\leq\frac{1}{4}$.

**2)** En déduire que si $x>0$, $y>0$ et $x+y=1$ alors $\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right)\geq 9$.

**3)** Montrer que pour tout $x>0$ : $x+\frac{1}{x}\geq 2$. En déduire que pour tous réels strictement positifs $a$, $b$, $c$, $d$ :

$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+\frac{c}{d}+\frac{d}{c}\geq 4$.

## Exercice 16

On cherche les triplets $(a,b,c)$ de réels strictement positifs tels que $a+b=c$ et $b$ soit la moyenne géométrique de $a$ et $c$ ($b^2=ac$). On pose $\varphi=\frac{b}{a}$.

**1)** Montrer que $\varphi=1+\frac{1}{\varphi}$, puis que $\varphi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

**2)** Vérifier que $\varphi^2=\varphi+1$ et $\frac{1}{\varphi}=\varphi-1$. Déterminer tous les triplets.

## Exercice 17

La valeur d'une pierre « oka ré » est proportionnelle au carré de sa masse. Une pierre tombe et se brise en deux morceaux. A-t-elle perdu de sa valeur ? Quelle est la perte maximale, en pourcentage ?

## Auto-évaluation : vrai ou faux ?

| Affirmation | Vrai | Faux |
|---|---|---|
| 1. L'équation $x^2+x+1=0$ n'a pas de solution réelle. | ☐ | ☐ |
| 2. Si $\Delta>0$, le trinôme a le signe de $a$ entre ses racines. | ☐ | ☐ |
| 3. Les solutions de $x^2-7x+12=0$ sont $3$ et $4$. | ☐ | ☐ |
| 4. $\sqrt{x}=x-2$ a deux solutions : $1$ et $4$. | ☐ | ☐ |