EXERCICES • 2ÈME ANNÉE SCIENCES

Chapitre 14 — Arithmétique

1 Chiffres et division euclidienne

Exercice 1

Déterminer deux entiers naturels x et y dont la somme est 565, sachant que la division euclidienne de x par y donne 21 pour quotient et 15 pour reste.

Exercice 2

Déterminer un nombre de deux chiffres sachant que la somme de ses chiffres est 12 et que le nombre diminue de 18 quand on permute ses chiffres.

Exercice 3

Déterminer un nombre N de trois chiffres sachant que : le chiffre des dizaines est le double de celui des unités ; la somme des trois chiffres est 11 ; si l'on retranche de N le nombre obtenu en échangeant les chiffres des centaines et des unités, on trouve 297.

2 Divisibilité

Exercice 4

L'entier $n=\overline{x1527y}$ a six chiffres. On sait que n est multiple de 4 et que le reste de sa division par 11 est 5. Trouver n.

Exercice 5

Combien y a-t-il de nombres de la forme $\overline{abba}$ divisibles par 9 ?

Exercice 6

Soit n un entier naturel, q et r le quotient et le reste de la division de n par 10. Montrer que :

1) n est divisible par 13 si et seulement si $q+4r$ l'est ;

2) n est divisible par 19 si et seulement si $q+2r$ l'est.

3 Nombres premiers, PGCD

Exercice 7

1) Déterminer le nombre de diviseurs de 648.

2) Combien de chiffres a le nombre $N=2^{12}\times5^{8}$?

3) Par combien de zéros se termine $100!=100\times99\times\ldots\times2\times1$?

Exercice 8

1) Montrer que si un entier naturel a divise $x=2n-1$ et $y=9n+4$, alors $a=1$ ou $a=17$.

2) Montrer que $8n+3$ et $5n+2$ sont premiers entre eux.

Exercice 9

Déterminer tous les couples (a,b) d'entiers naturels tels que $ab=700$ et $\text{PGCD}(a,b)=5$.

Exercice 10

1) Montrer que le produit de deux entiers consécutifs est divisible par 2, et celui de trois entiers consécutifs par 3.

2) Montrer que si on retranche 1 du carré d'un entier impair, on obtient un nombre divisible par 8.

3) En déduire que $N=1\,234\,567\,891^2-1\,234\,567\,891$ est un multiple de 6.

Exercice 11

Soit $N=1\times2\times3\times\ldots\times20\times21$.

1) Vérifier que $N+2$ est divisible par 2 et $N+3$ par 3.

2) Montrer que $N+p$ est divisible par p pour tout entier p compris entre 2 et 21.

3) En déduire 20 entiers consécutifs dont aucun n'est premier.

Exercice 12

Soient x, y, z des entiers naturels tels que $x^2+y^2=z^2$.

1) Quels sont les restes possibles de la division d'un carré par 3 ?

2) Montrer que l'un au moins des entiers x, y est multiple de 3.

Exercice 13

1) Soient m et n deux entiers naturels. Montrer que si m divise $2\,007m+n$, alors m divise n.

2) Montrer que l'équation $x+y+2\,006=xy$ équivaut à $(x-1)(y-1)=2\,007$.

3) Décomposer $2\,007$ en facteurs premiers et résoudre l'équation dans $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$.

Exercice 14

En multipliant un entier naturel de quatre chiffres $n=\overline{abcd}$ par 9, on obtient l'entier $\overline{dcba}$. Trouver n.

Auto-évaluation : vrai ou faux ?

Affirmation	Vrai	Faux
1. 91 est un nombre premier.	☐	☐
2. $2^3 \times 3^2$ a 12 diviseurs.	☐	☐
3. Si 6 divise ab, alors 6 divise a ou 6 divise b.	☐	☐
4. $\text{PGCD}(12,18) \times \text{PPCM}(12,18) = 216$.	☐	☐