EXERCICES • 2ÈME ANNÉE SCIENCES

Chapitre 13 — Fonctions de référence

1 Paraboles

Exercice 1

Dans un repère orthonormé, soit $f(x)=x^2-4x+1$.

1) Déterminer le sommet et l'axe de la courbe C_f, puis la tracer.

2) Soit $g(x)=x^2-4|x|+1$. Montrer que g est paire et que $g(x)=f(x)$ pour $x\geq 0$. Tracer alors la courbe de g.

Exercice 2

Une parabole C_f, courbe d'une fonction polynôme du second degré, passe par $A(3;0)$, $B(0;3)$ et $C(-1;0)$.

1) Déterminer $f(x)$.

2) Déterminer le sommet et l'axe de C_f.

3) Comment tracer la courbe de $g(x)=|f(x)|$ à partir de C_f ?

Exercice 3

Soit $f(x)=\frac{3}{2}x^2$ et la droite $\Delta : y=x+\frac{1}{2}$.

1) Résoudre graphiquement puis par le calcul $\frac{3}{2}x^2-x-\frac{1}{2}<0$.

2) Pour m réel, Δ_m est la droite $y=2x-m$. Déterminer m pour que Δ_m rencontre C_f en un seul point.

2 Hyperboles

Exercice 4

Soit $f(x)=\frac{2x-1}{x-1}$ sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

1) Montrer que $f(x)=2+\frac{1}{x-1}$ et étudier les variations de f.

2) Soit $A(1;2)$. Écrire l'équation de C_f dans le repère $(A,\vec{i},\vec{j})$ et tracer C_f.

3) Soit $g(x)=\frac{x-1}{x-2}$. Montrer que C_g est la symétrique de C_f par rapport à la droite d'équation $y=x$.

Exercice 5

Soit $f(x)=-x^2+2x+3$.

1) Écrire $f(x)$ sous forme canonique ; préciser le sommet, l'axe et les points d'intersection de C_f avec les axes.

2) Tracer C_f, puis la courbe de $g(x)=|f(x)|$.

3) Résoudre graphiquement $f(x)\geq 3$ et vérifier par le calcul.

Exercice 6

Soit $f(x)=\frac{3}{2}x^2$ et, pour m réel, la droite Δ_m : $y=2x-m$.

1) Pour quelles valeurs de m la droite Δ_m coupe-t-elle C_f en deux points M' et M'' ?

2) Soit I le milieu de $[M'M'']$. Montrer que l'abscisse de I ne dépend pas de m.

3) Déterminer l'ensemble des points I lorsque m varie.

Exercice 7

Soit $f(x)=\frac{2x-1}{x-1}$ et, pour m réel, la droite D_m : $y=x+m$.

1) Déterminer l'ensemble Γ des réels m tels que D_m coupe C_f en deux points distincts M_1 et M_2.

2) Pour $m\in\Gamma$, on note I_m le milieu de $[M_1M_2]$. Déterminer l'ensemble des points I_m lorsque m varie dans Γ.

3) Soit $h(x)=\frac{1}{|x|-1}$. Expliquer comment tracer la courbe de h à partir de celle de $x\mapsto\frac{1}{x-1}$ et donner les variations de h.

Exercice 8

A, B, C sont trois points distincts de l'hyperbole $y=\frac{1}{x}$, d'abscisses a, b, c. Montrer que l'orthocentre H du triangle ABC a pour coordonnées $\left(-\frac{1}{abc}\,;-abc\right)$ et qu'il appartient à l'hyperbole.

Auto-évaluation : vrai ou faux ?

Affirmation	Vrai	Faux
1. La parabole $y=-2x^2+4x$ a pour sommet $(1;2)$.	☐	☐
2. La fonction $x\mapsto\dfrac{3}{x}$ est croissante sur $]0;+\infty[$.	☐	☐
3. La courbe de $x\mapsto\dfrac{1}{x-2}+3$ a pour centre $(2;3)$.	☐	☐
4. La courbe de $x\mapsto f(\lvert x\rvert)$ est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.	☐	☐