EXERCICES • 2ÈME ANNÉE SCIENCES

Chapitre 12 — Rotations

1 Constructions

Exercice 1

Soit ABC un triangle équilatéral direct.

1) Déterminer les éléments de symétrie du triangle ABC.

2) Construire D, image de C par la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ (sens direct), et E, image de C par le quart de tour indirect de centre A.

3) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? En déduire que $(BD)\parallel(AE)$.

Exercice 2

Soit $ABCD$ un carré direct de centre O. Déterminer l'image de chaque sommet par le quart de tour direct de centre O, puis l'image de la droite (AB).

2 Déterminer une rotation

Exercice 3

ABC est un triangle tel que C est l'image de B par le quart de tour direct de centre A. M est un point de $[AB]$ et N un point de $[AC]$ tels que $BM=CN$.

1) Justifier qu'il existe une rotation r telle que $r(M)=C$ et $r(B)=N$; préciser son angle.

2) Prouver que son centre O appartient au cercle circonscrit au triangle ABN.

Exercice 4

Soit ABC un triangle, et ABD, ACE deux triangles équilatéraux construits extérieurement. Montrer que $DC=BE$ (utiliser la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$).

Exercice 5

$OABC$ et $OA'B'C'$ sont deux carrés directs de même sommet O. Soit r le quart de tour direct de centre O.

1) Déterminer $r(A)$ et $r(A')$.

2) En déduire que $AA'=CC'$ et que $(AA')\perp(CC')$.

Exercice 6

Soit ABC un triangle équilatéral direct et M un point du segment $[BC]$. La parallèle à (AB) passant par M coupe $[AC]$ en N.

1) Montrer que le triangle MNC est équilatéral.

2) Soit r la rotation de centre C qui transforme M en N. Quel est son angle ? Déterminer $r(B)$.

3) En déduire que $BM = AN$. Montrer de même que $AM = BN$ (comparer les triangles ACM et BCN).

Exercice 7

ABC est un triangle équilatéral direct tel que C est l'image de B par la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$. M est un point intérieur au triangle et L, K, H sont les projetés orthogonaux de M sur (AB), (BC) et (CA).

1) Soit r la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$ telle que $r(C) = A$, et $M' = r(M)$. Montrer que BMM' est équilatéral.

2) Soit L' le projeté orthogonal de M' sur (AB). Montrer que $M'L' = MK$ (image de la distance de M à (BC)).

3) En découpant ABC en trois triangles MAB, MBC et MCA et en comparant les aires, montrer que $ML + MK + MH$ ne dépend pas de M.

4) En déduire que $ML + MK + MH$ est égale à la hauteur du triangle ABC.

Exercice 8

Soit ABC un triangle dont les angles sont inférieurs à $120°$ et M un point intérieur. Soit r la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$ (sens convenable), $M' = r(M)$ et $A' = r(A)$. Montrer que $MA + MB + MC = A'M' + M'M + MC$ et en déduire que $MA + MB + MC \geq A'C$.

Auto-évaluation : vrai ou faux ?

Affirmation	Vrai	Faux
1. Une rotation d'angle π est une symétrie centrale.	☐	☐
2. L'image d'une droite par un quart de tour lui est perpendiculaire.	☐	☐
3. Une rotation conserve les distances.	☐	☐
4. Une rotation d'angle non nul a deux points invariants.	☐	☐