EXERCICES • 1ÈRE ANNÉE SECONDAIRE

Chapitre 9 — Activités numériques I

1 Division euclidienne et divisibilité

Exercice 1

1) Effectuer la division euclidienne de 258 par 17.

2) Dans chaque cas, dire si l'égalité traduit la division euclidienne indiquée. Si non, écrire la bonne égalité.

a) $73 = 20 \times 3 + 13$ (division de 73 par 20)

b) $155 = 17 \times 8 + 19$ (division de 155 par 17)

c) $189 = 12 \times 15 + 9$ (division de 189 par 12)

Exercice 2

Recopier et compléter le tableau par « oui » ou « non ».

Nombre	divisible par 2	divisible par 3	divisible par 5	divisible par 9
$72\,531$				
$923\,864$				
$1\,231\,105$				
$813\,543\,210$				

Exercice 3

Les lettres a et b désignent le chiffre des dizaines et celui des unités du nombre à quatre chiffres $23\mathbf{ab}$.

Trouver toutes les valeurs possibles de a et b pour que ce nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

2 Nombres premiers et décomposition

Exercice 4

1) Donner la liste des nombres premiers inférieurs à 50.

2) Répondre par vrai ou faux en justifiant :

a) Le seul nombre premier pair est 2.

b) Tout nombre impair est premier.

c) 91 est un nombre premier.

d) 97 est un nombre premier.

Exercice 5

Décomposer en produit de facteurs premiers : 245 ; 252 ; 600 ; $4\,998$; $4\,116$.

3 PGCD, PPCM et fractions

Exercice 6

Déterminer $\text{PGCD}(4\,998\,;4\,116)$:

a) par la méthode de décomposition en facteurs premiers ;

b) par l'algorithme d'Euclide (présenter les calculs dans un tableau).

Exercice 7

1) En utilisant les décompositions de l'exercice 5, calculer $\text{PPCM}(245\,;252)$ et $\text{PGCD}(245\,;252)$.

2) Vérifier que $\text{PGCD}(245\,;252)\times\text{PPCM}(245\,;252)=245\times252$.

Exercice 8

Rendre irréductibles les fractions suivantes : $\dfrac{110}{3\,300}$; $\dfrac{340}{960}$; $\dfrac{175}{196}$; $\dfrac{385}{140}$.

Exercice 9

Dire, en justifiant, si chacun des rationnels suivants est un nombre décimal : $\dfrac{18\,954}{7\,800}$; $\dfrac{897}{150}$; $\dfrac{653}{97}$.

4 Notation scientifique et valeurs approchées

Exercice 10

Recopier et compléter le tableau.

Nombre	$35\,215\,000$	$78{,}3548$	$0{,}542\,31$	$-425\,462{,}12$	$0{,}000\,784\,5$
Notation scientifique					
Ordre de grandeur					

Exercice 11

Une calculatrice affiche : $75\div17=4{,}411\,764\,705\ldots$ et $\pi=3{,}141\,592\,653\ldots$

Recopier et compléter le tableau.

	$\dfrac{75}{17}$	π
Valeur approchée à $0{,}01$ près par défaut		
Valeur approchée à $0{,}01$ près par excès		
Arrondi à $0{,}01$		
Valeur approchée à $0{,}001$ près par défaut		
Arrondi à $0{,}001$		

Exercice 12

1) a) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 45 et 75.

b) En déduire $\text{PGCD}(45\,;75)$ et $\text{PPCM}(45\,;75)$.

2) a) Déterminer l'ensemble D_{45} des diviseurs de 45 et l'ensemble D_{75} des diviseurs de 75.

b) En déduire $\text{PGCD}(45\,;75)$.

3) En utilisant l'algorithme d'Euclide, retrouver $\text{PGCD}(45\,;75)$ puis en déduire $\text{PPCM}(45\,;75)$.

Exercice 13

On donne les entiers naturels $a=315$ et $b=42$.

1) En utilisant l'algorithme d'Euclide, trouver $\text{PGCD}(a\,;b)$ puis en déduire $\text{PPCM}(a\,;b)$.

2) Rendre la fraction $\dfrac{315}{42}$ irréductible. Ce nombre est-il décimal ?

3) Un lycée organise une sortie pour 315 élèves et 42 professeurs, répartis en groupes contenant tous le même nombre d'élèves et le même nombre de professeurs.

a) Quel est le nombre maximal de groupes que l'on peut former ?

b) Donner alors la composition de chaque groupe.

Exercice 14

Yacoub a des billes dans sa trousse. S'il les compte 4 par 4, ou 5 par 5, ou 6 par 6, il ne reste jamais aucune bille.

Trouver le nombre minimal (non nul) de billes dans la trousse de Yacoub.

Exercice 15

J'ai 108 tulipes rouges et 135 tulipes noires. Je veux faire des bouquets contenant tous le même nombre de tulipes rouges et le même nombre de tulipes noires, toutes les tulipes devant être utilisées.

a) Quel nombre maximal de bouquets puis-je faire ?

b) Combien de tulipes de chaque couleur contiendra chaque bouquet ?

Exercice 16

Soient a et b deux entiers naturels non nuls. Répondre par vrai ou faux en justifiant.

1) Si a et b sont premiers entre eux, alors $\text{PPCM}(a\,;b)=ab$.

2) Si $b=2a$, alors $\text{PGCD}(a\,;b)=a$.

3) Si $b=2a+1$, alors $\text{PGCD}(a\,;b)=1$.

4) Si $b=2a-1$, alors $\text{PGCD}(a+1\,;b)=1$.

5) Si $a=2^3\times3^2$ et $b=3^3\times2^2$, alors $\text{PPCM}(a\,;b)=6\times\text{PGCD}(a\,;b)$.

Exercice 17

Soit $N=1\times2\times3\times\ldots\times20\times21$.

Montrer que $N+2$ est divisible par 2 et que $N+3$ est divisible par 3.

Exercice 18

Soit n un entier naturel.

1) Montrer que si n est pair, alors n^2 est pair.

2) Montrer que si n est impair, alors n^2 est impair.

3) Montrer que $n(n+1)$ est pair.

Exercice 19

Dans chaque cas, déterminer les entiers naturels n pour lesquels le nombre proposé est un entier naturel.

1) $\dfrac{6}{n-1}$

2) $\dfrac{3n+7}{n+1}$

3) $\dfrac{10}{n-3}$

4) $\dfrac{2n+8}{n+1}$

Exercice 20

Un fleuriste a 135 roses blanches, 120 roses rouges et 90 roses jaunes. Il veut préparer le plus grand nombre de bouquets de même composition, en utilisant toutes les roses.

1) Quel est le plus grand nombre de bouquets qu'il peut former ?

2) Donner la composition de chaque bouquet.

Exercice 21

Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ d'un circuit. La voiture A fait un tour en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.

1) Au bout de combien de temps se retrouveront-elles pour la première fois ensemble sur la ligne de départ ?

2) Combien de tours chaque voiture aura-t-elle alors effectués ?

Exercice 22

Soit n un entier naturel tel que $n \geq 2$.

1) Vérifier que $n^2+n-1=(n+2)(n-1)+1$.

2) En déduire que $\text{PGCD}(n^2+n-1\,;n-1)=1$. Que peut-on dire des entiers n^2+n-1 et $n-1$?

3) En déduire $\text{PPCM}(n^2+n-1\,;n-1)$.

4) a) Factoriser n^2+n-2.

b) Déterminer $\text{PGCD}(n^2+n-2\,;n-1)$.

c) Pour quelle valeur de n les entiers n^2+n-2 et $n-1$ sont-ils premiers entre eux ?

Exercice 23

1) Quels sont les diviseurs de 27 ?

2) Déterminer tous les couples d'entiers naturels $(x\,;y)$ tels que $(x-2)(y-3)=27$.

3) La division euclidienne d'un entier naturel non nul a par 35 donne un quotient égal au reste. Montrer que a est un multiple de 36. Quelle est la plus petite valeur possible de a ?

4) Les entiers 324 et 135 sont-ils premiers entre eux ?

Exercice 24

1) Décomposer 384 en produit de facteurs premiers.

2) Trouver tous les couples d'entiers naturels $(a\,;b)$ tels que $ab=384$ et $\text{PGCD}(a\,;b)=4$.

3) En déduire leur PPCM.

Exercice 25

Les côtés d'un champ rectangulaire mesurent 12 m et 90 m. On veut le quadriller par des carrés identiques dont le côté est un nombre entier de centimètres.

1) Quelles sont les quatre plus grandes longueurs possibles pour le côté d'un carré ?

2) On plante un arbre à chaque nœud du quadrillage, sauf sur le pourtour du champ. Combien faut-il d'arbres dans chacun des quatre cas ?

3) On dispose de 90 arbres. Quelle solution faut-il retenir pour en utiliser le plus grand nombre possible ?

Exercice 26

Je suis un nombre entier à 4 chiffres. Si l'on échange mes deux chiffres de droite, j'augmente de 27. Si l'on échange mes deux chiffres de gauche, je diminue de $5\,400$. Si l'on échange mes deux chiffres du milieu, j'augmente de 90.

Qui suis-je ? Trouver **toutes** les solutions.

Auto-évaluation : vrai ou faux ?

Affirmation	Vrai	Faux
1. Deux nombres pairs sont premiers entre eux.	☐	☐
2. 230 et 320 sont premiers entre eux.	☐	☐
3. 54 et 36 ont le même nombre de diviseurs.	☐	☐
4. La fraction $\frac{653}{97}$ est irréductible.	☐	☐
5. $\frac{897}{150} \in \mathbb{D}$.	☐	☐
6. $572{,}39$ est l'arrondi au centième de $572{,}3876$.	☐	☐