EXERCICES • 1ÈRE ANNÉE SECONDAIRE

Chapitre 6 — Activités dans un repère

1 Sur une droite graduée

Exercice 1

Δ est munie d'un repère $(O\,;\overrightarrow{OI})$ avec $OI=1$. On donne $x_A=-4$, $\overrightarrow{OB}=3\overrightarrow{OI}$, $\overline{BC}=-5$ et D le symétrique de A par rapport à O.

1) Donner les abscisses de B, C et D.

2) Calculer l'abscisse du milieu de $[BC]$ et la distance AD.

3) Déterminer les points M de Δ tels que $MA=2$.

2 Coordonnées et composantes

Exercice 2

On donne $M(4\,;-3)$, $N(-5\,;1)$ et $P(1\,;-3)$. Donner les composantes des vecteurs $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MP}$, $\frac{2}{3}\overrightarrow{MN}$ et $-\overrightarrow{PN}$.

Exercice 3

On donne $A(-2\,;1)$ et $B(3\,;-4)$. Calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$ et du point C tel que $\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{BA}$.

Exercice 4

On donne $A(1\,;4)$, $B(3\,;1)$ et $C(-3\,;-1)$. Calculer les coordonnées du point D, symétrique de B par rapport au milieu K de $[AC]$. Quelle est la nature de $ABCD$?

3 Colinéarité

Exercice 5

On donne $A(2\,;3)$, $E(-2\,;1)$, $C(3\,;2)$ et $B(1\,;y)$.

1) Les points A, E, C sont-ils alignés ?

2) Déterminer y pour que A, B, C soient alignés.

Exercice 6

On donne $A(3\,;1)$, $B(5\,;-3)$, $P(-5\,;17)$, $C(1\,;7)$ et $D(-2\,;-4)$. Montrer que A, B, P sont alignés et que $\overrightarrow{PA}=4\overrightarrow{AB}$. Les droites (AD) et (BC) sont-elles parallèles ?

4 Distances (repère orthonormé)

Exercice 7

On donne $A(3;1)$, $B(0;2)$ et $C(3;2)$. Calculer AB, AC, BC et déterminer la nature du triangle ABC.

Exercice 8

On donne $A(5;0)$, $B(7;6)$, $C(1;4)$ et $D(-1;-2)$. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme, puis calculer AB et AD. Préciser sa nature.

Exercice 9

On donne $E(3;1)$, $M(0;4)$ et $R(3;y)$. Déterminer y pour que le triangle MER soit isocèle en E.

Exercice 10

Le plan est muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$. On considère $A(2;-1)$, $B(3;1)$ et $C(-2;2)$. Calculer les coordonnées du point M vérifiant $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

Exercice 11

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Placer les points $A(-2;\frac{5}{2})$, $B(4;-\frac{1}{2})$ et $C(3;-\frac{5}{2})$.

2) Déterminer les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.

3) Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ est-il colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AB}$? au vecteur $\overrightarrow{BC}$?

4) Soit $D(-1;y)$. Déterminer y pour que D appartienne à la droite (CI). Placer D.

5) Quelle est la nature du quadrilatère $ACBD$?

6) Le point B appartient-il au cercle de diamètre $[AC]$?

Exercice 12

On considère $A(1;4)$, $B(-3;-2)$, $C(2;-5)$ et G le centre de gravité du triangle ABC.

1) Vérifier que $3\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$ et en déduire les coordonnées de G.

2) Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

3) Soit E le point tel que $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}$. Trouver les coordonnées de E dans le repère $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})$.

Exercice 13

On considère les vecteurs $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}$ et $\vec{v}=3\vec{i}+2\vec{j}$.

1) Expliquer pourquoi $(O;\vec{u};\vec{v})$ est un repère du plan.

2) Soit $\vec{e}=x\vec{i}+y\vec{j}=X\vec{u}+Y\vec{v}$. Calculer X et Y en fonction de x et y.

Exercice 14

Soit $ABCD$ un parallélogramme, I le milieu de $[AB]$ et E le point tel que $\overrightarrow{IE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{ID}$. En utilisant le repère $(B;\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})$, démontrer que les points A, E et C sont alignés.

Exercice 15

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$. On place $A(3;1)$, $B(-1;3)$ et $C(2;5)$.

1) Déterminer les coordonnées du point N tel que A soit le symétrique de B par rapport à N.

2) Déterminer l'ensemble Δ des points $M(x;y)$ tels que $(AM)\parallel(OB)$; le construire.

3) Calculer OA, OB et AB. En déduire que OAB est isocèle et rectangle en O.

4) On pose $\vec{u}=\dfrac{1}{OA}\overrightarrow{OA}$ et $\vec{v}=\dfrac{1}{OB}\overrightarrow{OB}$. Déterminer les coordonnées du point C dans le repère $(O;\vec{u};\vec{v})$.

Exercice 16

Soit $ABCD$ un quadrilatère quelconque et I, J, K, L les milieux de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$. En utilisant le repère $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})$ et en posant $C(a;b)$, démontrer que $IJKL$ est un parallélogramme.

Auto-évaluation : vrai ou faux ?

Affirmation	Vrai	Faux
1. Si $A(2;5)$ et $B(-4;1)$, le milieu de $[AB]$ est $(-2;3)$.	☐	☐
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}8\\-4\end{pmatrix}$ sont colinéaires.	☐	☐
3. $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ sont colinéaires.	☐	☐
4. Dans un repère orthonormé, la distance de O à $M(3;4)$ est 5.	☐	☐