EXERCICES • 1ÈRE ANNÉE SECONDAIRE

# Chapitre 2 — Théorème de Thalès

## 1 Droite des milieux

### Exercice 1

$ABC$ est un triangle équilatéral de côté $3$ cm ; $I$, $J$ et $K$ sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[BC]$ et $[AC]$.

1) Montrer que $IJK$ est un triangle équilatéral.

2) Calculer le périmètre et l'aire de $IJK$.

### Exercice 2

$ABCD$ est un parallélogramme ; $M$ et $P$ sont les milieux de $[AB]$ et $[CD]$.

1) Montrer que $(MD)\parallel(PB)$.

2) $(AC)$ coupe $(MD)$ en $I$ et $(PB)$ en $J$. Comparer $AI$, $IJ$ et $JC$.

## 2 Théorème de Thalès

### Exercice 3

$M\in[AB]$ et $N\in[AC]$ avec $(MN)\parallel(BC)$, $AM=2$ cm, $MB=6$ cm et $AC=5$ cm. Calculer $AN$.

### Exercice 4

L'ombre du sommet $H$ d'un arbre est en $A$. On place verticalement en $D$ un bâton $[DC]$ de sorte que l'ombre de $C$ soit aussi en $A$. On donne $AP=15$ m ($P$ pied de l'arbre), $AD=1{,}2$ m et $DC=0{,}8$ m. Calculer la hauteur $PH$ de l'arbre.

### Exercice 5

$ABCD$ est un quadrilatère. $K$ est le point de la diagonale $[AC]$ tel que $AK=3$ cm et $KC=1$ cm. $E\in[AB]$ et $F\in[AD]$ sont tels que $(KE)\parallel(BC)$ et $(KF)\parallel(DC)$. On donne $AB=5{,}2$ cm et $AD=6{,}4$ cm.

1) Calculer $AE$ et $AF$.

2) Montrer que $(EF)\parallel(BD)$.

### Exercice 6

Dans un appareil photographique, l'objet $[AB]$ et son image $[A'B']$ sur la pellicule sont parallèles ; les droites $(AA')$ et $(BB')$ se coupent en $O$ (objectif). L'objet est à $d=10$ m de $O$, l'image à $d'=5$ cm. L'objet mesure $4$ m : quelle est la hauteur de l'image ?

## 3 Réciproque et agrandissement

### Exercice 7

Dans un triangle $ABC$, $AB=6$, $AC=8$ ; $M\in[AC]$ avec $AM=2$ et $N\in[AB]$ avec $AN=1{,}5$. Montrer que $(MN)\parallel(BC)$.

## Exercice 8

$(xx')$ et $(yy')$ sont sécantes en $A$. $B\in[Ax)$, $C\in[Ax)$, $B'\in[Ay)$, $C'\in[Ay)$ avec $AB=4$, $AC=6$, $AB'=5$, $AC'=7{,}5$. Les droites $(BB')$ et $(CC')$ sont-elles parallèles ? Et si $AC'=7$ ?

## Exercice 9

$D\in(AB)$ et $E\in(AC)$ tels que $(DE)\parallel(BC)$, $AB=2$, $AD=3$, $AC=4$, $D$ et $B$ du même côté de $A$.

1) Calculer $AE$. Quel est le rapport d'agrandissement de $ABC$ à $ADE$ ?

2) L'aire de $ABC$ est $2{,}4$ cm². Calculer l'aire de $ADE$.

## Exercice 10

Étant donnés deux points distincts $A$ et $B$, construire le point $P$ de $[AB]$ tel que $\dfrac{PA}{PB}=\dfrac{3}{5}$. Expliquer.

## Exercice 11

Étant donnés deux points distincts $A$ et $B$, construire à la règle et au compas :

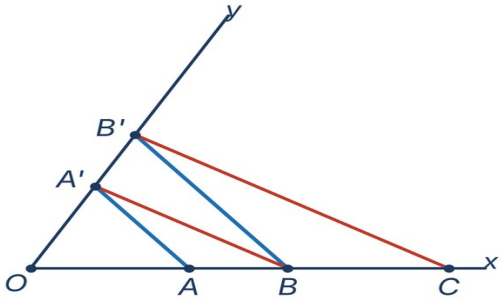
1) le point $M\in[AB]$ tel que $AM=\dfrac{1}{5}AB$ ;

2) le point $N\in[AB]$ tel que $AN=\dfrac{3}{5}AB$ ;

3) le point $F\in[AB)$ tel que $AF=\dfrac{7}{5}AB$.

## Exercice 12

Tracer un angle $\widehat{xOy}=60°$. Deux droites parallèles $\Delta$ et $\Delta'$ coupent $[Ox)$ en $A$ et $B$, et $[Oy)$ en $A'$ et $B'$. La parallèle à $(A'B)$ passant par $B'$ coupe $[Ox)$ en $C$.




Démontrer que $\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{OB}{OC}$ et que $OB^2=OA\times OC$.

## Exercice 13

On considère un triangle $ABC$ tel que $AB=6$, $AC=8$ et $BC=5$. $M$ est le point de $[AC]$ tel que $AM=2$ et $N$ le point de $[AB]$ tel que $AN=1{,}5$.

1) Montrer que $(MN)\parallel(BC)$ et calculer $MN$.

2) La droite $(BM)$ coupe $(CN)$ en $I$. Montrer que $\mathrm{IM}=\dfrac{1}{4}IB$.

3) La droite $(BM)$ recoupe le cercle circonscrit au triangle $ABC$ en $D$. Comparer les angles $\widehat{BDA}$ et $\widehat{AMN}$.

## Exercice 14

On considère un triangle $ABC$.

1) Construire le point $D$ du segment $[BC]$ tel que $\frac{DB}{DC}=\frac{1}{2}$.

2) La parallèle à $(AB)$ menée par $D$ coupe $[AC]$ en $E$ ; la parallèle à $(AC)$ menée par $D$ coupe $[AB]$ en $F$ . Calculer les rapports $\frac{AF}{AB}$ et $\frac{AE}{AC}$.

3) Soit $I$ le milieu de $[AC]$. Montrer que $(EF)$ est parallèle à la médiane $(BI)$ du triangle $ABC$.

## Exercice 15

Soit $ABC$ un triangle équilatéral. Le cercle de diamètre $[AC]$ coupe $[AB]$ en $K$ et $[BC]$ en $H$ ; $I$ est le milieu de $[AC]$.

1) Calculer $\widehat{KIC}$, $\widehat{KIA}$, $\widehat{IKC}$ et $\widehat{HIC}$.

2) En déduire que les droites $(AK)$ et $(IH)$ sont parallèles.

3) Montrer que $(KH)$ et $(AC)$ sont parallèles et préciser la nature du quadrilatère $AIHK$.

4) La parallèle à $(AB)$ passant par $C$ recoupe le cercle en $H'$.

a) Montrer que $(CA)$ est la bissectrice de $\widehat{HCH'}$.

b) Montrer que $(CA)$ est la médiatrice de $[HH']$.

## Exercice 16

Soient $A$ et $B$ deux points d'une demi-droite $[OX)$ et $E$ un point d'une demi-droite $[OY)$. Placer le point $F$ sur $[OY)$ et le point $C$ sur $[OX)$ tels que $(AE)\parallel(BF)$ et $(BE)\parallel(CF)$. Montrer que $OB^2=OA\times OC$.

## Exercice 17

$ABCD$ est un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$ ; ses diagonales se coupent en $O$. La parallèle aux bases passant par $O$ coupe $[AD]$ en $M$ et $[BC]$ en $N$.

1) Montrer que $\frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD}=\frac{AB}{CD}$.

2) Montrer que $O$ est le milieu de $[MN]$.

3) Montrer que $\frac{1}{OM}=\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}$.

## Auto-évaluation : vrai ou faux ?

| Affirmation | Vrai | Faux |
|---|---|---|
| 1. La droite joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté. | ☐ | ☐ |
| 2. Si $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$, alors $(MN)\parallel(BC)$, quelle que soit la position des points. | ☐ | ☐ |
| 3. Si on multiplie les longueurs par $3$, l'aire est multipliée par $3$. | ☐ | ☐ |
| 4. Dans une configuration de Thalès, $\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}$ (avec $M\in[AB]$, $N\in[AC]$). | ☐ | ☐ |