EXERCICES • 1ÈRE ANNÉE SECONDAIRE

Chapitre 14 — Fonctions affines

1 Expression d'une fonction affine

Exercice 1

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont affines ? Préciser a et b, et dire si elles sont linéaires ou constantes.

$$f_1(x)=3-2x \quad f_2(x)=\frac{x}{4} \quad f_3(x)=x^2+1 \quad f_4(x)=-5 \quad f_5(x)=(x+1)^2-x^2$$

Exercice 2

Déterminer la fonction affine f telle que :

a) $f(1)=2$ et $f(-1)=3$;

b) $f(0)=-4$ et $f(2)=0$.

Exercice 3

Le prix d'une course de taxi comprend une prise en charge de $0{,}900$ D et $0{,}500$ D par kilomètre parcouru.

1) Exprimer le prix $p(x)$ en fonction du nombre x de kilomètres. Quelle est la nature de p ?

2) Calculer le prix d'une course de 12 km et la distance parcourue pour $7{,}400$ D.

2 Sens de variation et représentation

Exercice 4

Donner le sens de variation de $f(x)=-3x+2$ et de $g(x)=\frac{1}{2}x-1$. Comparer $f(\sqrt{2})$ et $f(1{,}41)$.

Exercice 5

Dans un même repère, représenter $f(x)=2x-1$, $g(x)=2x+2$ et $h(x)=-x+2$. Que remarque-t-on pour Δ_f et Δ_g ?

Exercice 6

Une droite Δ passe par les points $A(-1;4)$ et $B(3;-4)$. Déterminer la fonction affine f représentée par Δ, puis le point d'intersection de Δ avec l'axe des abscisses.

3 Intersections et inéquations

Exercice 7

Soient $f(x)=3x-2$ et $g(x)=-x+6$, de représentations graphiques Δ_f et Δ_g.

1) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de Δ_f et Δ_g.

2) Résoudre $f(x)>g(x)$.

Exercice 8

Tarif A : 5 D par séance. Tarif B : abonnement de 30 D puis 2 D par séance. À partir de combien de séances le tarif B est-il plus avantageux ?

Dans les exercices qui suivent, le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ et f désigne une fonction affine $f(x)=ax+b$.

Exercice 9

Répondre par vrai ou faux en justifiant :

1) Si $a<0$, alors pour tous réels $x\leq y$: $f(x)\leq f(y)$.

2) Si $a>0$, alors pour tous réels $x\leq y$: $f(x)\leq f(y)$.

3) Si $f(x)=f(y)$ pour tous réels x et y, alors f est constante.

Exercice 10

Déterminer a et b tels que $f(2)=5$ et $f(-1)=-1$, puis tracer la représentation graphique de f.

Exercice 11

1) Déterminer a et b tels que $f(1)+f(-1)=4$ et $f(1)^2+f(-1)^2=10$, avec $a>0$.

2) Déterminer a et b tels que $f(1)+f(2)=2$ et $f(1)\times f(2)=1$.

Exercice 12

Soit f la fonction affine telle que $f(-2)=3$ et $f(3)=2$.

1) Déterminer $f(x)$, étudier son signe et tracer sa représentation graphique.

2) Soient a et b deux réels tels que $a-b=\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$. Comparer $f(a)$ et $f(b)$.

Exercice 13

Soient $f(x)=2x+3$ et $g(x)=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}$.

1) Déterminer l'image de 3 par f et l'antécédent de 3 par g ; tracer Δ_f et Δ_g.

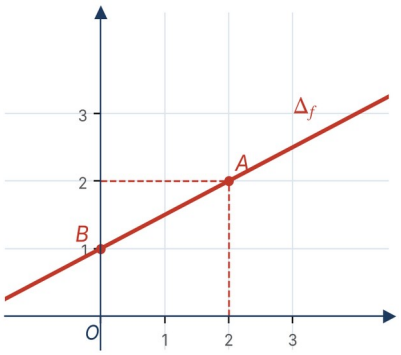
2) Déterminer les coordonnées du point d'intersection E de Δ_f et Δ_g.

3) Déterminer la fonction linéaire h telle que Δ_f, Δ_g et Δ_h soient concourantes.

4) Résoudre graphiquement $f(x)>g(x)$.

Exercice 14

Δ_f est la représentation graphique de f ci-dessous.



1) Déterminer $f(x)$.

2) Tracer dans le même repère la courbe de $h(x)=\frac{1}{2}|x|+1$. La fonction h est-elle affine ?

3) Résoudre graphiquement, puis par le calcul, l'équation $f(x)=h(x)$.

Exercice 15

Partie A — Soit $f:x\mapsto 2|x|$. Calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(-2)$. f est-elle linéaire ?

Partie B — Soient $g:x\mapsto 2x$ et $h:x\mapsto 2x+3$, de représentations D et D'.

1) Soient $M(x\,;g(x))\in D$ et $M'(x\,;h(x))\in D'$. Montrer que $\overrightarrow{MM'}=3\vec{j}$ et en déduire que $D'=t_{3\vec{j}}(D)$.

2) Soit a un réel. Montrer que $h(x)=g(x-a)+h(a)$.

3) Soient $N(x-2a\,;g(x-2a))\in D$ et $N'(x\,;h(x))\in D'$. Montrer que $\overrightarrow{NN'}=g(a)\vec{i}+h(2a)\vec{j}$.

Exercice 16

Partie I — Soit $f(x)=2x$, de représentation D, et $k(x)=2x+1$, de représentation Δ. Expliquer comment construire Δ à partir de D.

Partie II — Soient $A(-1\,;2)$, B tel que $\overrightarrow{OB}=6\vec{i}+4\vec{j}$ et C tel que $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OA}$.

1) Déterminer les coordonnées de B et C ; montrer que $OACB$ est un parallélogramme.

2) Soit I le milieu de $[AC]$. Montrer que $I\in D$.

3) Les droites D et (BA) se coupent en G. Montrer que G est le centre de gravité du triangle OAC.

Partie III

1) Déterminer la fonction affine g dont la représentation graphique est la droite (BA).

2) Déterminer l'ensemble D'' des points M tels que $\vec{u}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MC}$ soit colinéaire à $\overrightarrow{CB}$, et en donner une équation.

Exercice 17

Trouver toutes les fonctions affines f telles que, pour tout réel x, $f(f(x))=4x+3$.

Auto-évaluation : vrai ou faux ?

Affirmation	Vrai	Faux
1. Une fonction linéaire est une fonction affine.	☐	☐
2. Si $a<0$ et $x \leq y$, alors $f(x) \leq f(y)$.	☐	☐
3. Les droites $y=3x+1$ et $y=3x-5$ sont parallèles.	☐	☐
4. La droite $y=-2x+4$ coupe l'axe des ordonnées en $(0;4)$.	☐	☐