EXERCICES • 1ÈRE ANNÉE SECONDAIRE

# Chapitre 13 — Équations et inéquations

## 1 Équations

### Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ :

a) $3(2x+4)-5(x+3)=2(x-3)-8x+11$ b) $\frac{x}{2}-1=\frac{x+1}{3}$ c) $5x-5=14-2x$

### Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ :

a) $(2x-1)(x+3)=0$ b) $x^2-9=0$ c) $x^2=5$ d) $x^2=-4$

e) $4x^2-12x+9=0$ f) $x(x-2)=3(x-2)$

### Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ : $|2x+1|=|3-x|$.

### Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ : $\frac{x+1}{x-2}=3$ (préciser d'abord les valeurs interdites).

## 2 Inéquations

### Exercice 5

Résoudre dans $\mathbb{R}$ et donner les solutions sous forme d'intervalle :

a) $3x-5\geq x+1$ b) $\frac{x+4}{2}-\frac{x-2}{4}<3$ c) $2-3x\geq 3-\frac{1}{3}x$

### Exercice 6

Le triple d'un entier relatif $n$, augmenté de $5$, est strictement inférieur à $27$. Quelles sont les valeurs possibles de $n$ ?

### Exercice 7

Étudier, à l'aide d'un tableau, le signe de : $A(x)=(1-2x)(x+4)$ et $B(x)=\frac{3x-1}{x+2}$. En déduire les solutions de $A(x)\geq 0$ et de $B(x)<0$.

## 3 Mise en équation

### Exercice 8

Une droite $D$ est munie d'un repère $(O\,;I)$ ; les points $A$ et $B$ ont pour abscisses $3$ et $-0{,}5$. Déterminer les points $M$ de $D$ tels que $MA=2\,MB$.

### Exercice 9

$ABCD$ et $EFGH$ sont deux carrés de côtés respectifs $x+4$ et $x+1$ ($x>0$), le second étant à l'intérieur du premier. On note $A$ l'aire de la partie comprise entre les deux carrés.

1) Exprimer $A$ en fonction de $x$.

2) Déterminer $x$ pour que $A$ soit égale au triple de l'aire du carré $EFGH$.

### Exercice 10

Résoudre chaque équation après l'avoir éventuellement factorisée :

a) $(x-4)(x+7)-(2x+3)(x+7)=0$ b) $x+1=(x+1)^2$ c) $x^2+2x+1=(2x-3)(x+1)$

### Exercice 11

Au dernier devoir de mathématiques, la moyenne de la classe est $17$, celle des filles $17{,}4$ et celle des garçons $16{,}3$. Il y a entre $30$ et $40$ élèves dans la classe. Combien y a-t-il de filles ? de garçons ?

### Exercice 12

Résoudre chaque équation après avoir déterminé son ensemble de définition :

a) $\dfrac{2x-2}{2x+1}=2-\dfrac{2x}{2x-1}$ b) $\dfrac{6x-1}{3x+2}=\dfrac{6x+1}{3x-2}$ c) $\sqrt{x-1}=2\sqrt{x-2}$

### Exercice 13

Déterminer le signe des expressions suivantes selon les valeurs de $x$ :

$a(x)=(2x-3)(4-x)(5-3x)$ $e(x)=\dfrac{-2x+1}{x-2}$ $f(x)=\dfrac{(2x-1)(3-x)}{(x-5)(3x+2)}$

### Exercice 14

Soit $a$ un réel donné.

1) Montrer que $x^2+ax=\left(x+\dfrac{a}{2}\right)^2-\dfrac{a^2}{4}$ et $x^2-ax=\left(x-\dfrac{a}{2}\right)^2-\dfrac{a^2}{4}$.

2) Factoriser puis résoudre dans $\mathbb{R}$ :

a) $x^2+2x-3=0$

b) $2x^2+3x-2=0$

c) $x^2-3x-5\leq 0$.

### Exercice 15

On considère un triangle $ABC$ avec $AB=3$ cm, $BC=4$ cm et $AC=4{,}5$ cm. Soit $H$ le pied de la hauteur issue de $B$ ; on pose $AH=x$. En écrivant $BH^2$ de deux façons, calculer $x$, puis la longueur de la hauteur [ $BH$ ].

## Exercice 16

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations :

a) $x^2-x(x+3)\geq 0$ b) $\frac{x^2-4}{x+1}\leq 0$ c) $\frac{1+2x}{x-3}>\frac{x+3}{1-2x}$

d) $|x-1|\geq 3x-2$ e) $|-5x+2|\geq|x+2|$ f) $\sqrt{x+4}\leq 3x-2$

## Exercice 17

On considère l'expression $f(x)=|3x-2|-|-2x+1|$.

1) Calculer $f(0)$, puis déterminer $x$ pour que $f(x)=0$.

2) Écrire $f(x)$ sans valeur absolue (selon les valeurs de $x$).

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x)\leq x-1$.

## Exercice 18

Le lapin a déjà fait $77$ sauts quand le kangourou part à sa poursuite. Pendant que le lapin fait $13$ sauts, le kangourou en fait $9$, et trois sauts de kangourou valent autant que huit sauts de lapin. Combien de fois le kangourou devra-t-il sauter avant de rattraper le lapin ?

## Auto-évaluation : vrai ou faux ?

| Affirmation | Vrai | Faux |
|---|---|---|
| 1. L'équation $x^2 = -9$ a pour solutions $3$ et $-3$. | ☐ | ☐ |
| 2. $-2x < 6$ équivaut à $x > -3$. | ☐ | ☐ |
| 3. $(x-1)(x+5) = 0$ a deux solutions. | ☐ | ☐ |
| 4. $3x - 1$ est positif pour $x \geq \frac{1}{3}$. | ☐ | ☐ |
| 5. Les solutions de $x \leq 4$ forment l'intervalle $]-\infty ; 4[$. | ☐ | ☐ |