EXERCICES • 1ÈRE ANNÉE SECONDAIRE

Chapitre 1 — Angles

1 Angles d'un triangle

Exercice 1

1) Dans un triangle ABC, $\widehat{A} = 50\,°$ et $\widehat{B} = 70\,°$. Calculer $\widehat{C}$, puis l'angle extérieur en C.

2) Un triangle est isocèle et l'un de ses angles mesure $40°$. Quelles peuvent être les mesures des deux autres angles ?

Exercice 2

ABC est un triangle et D un point de la demi-droite $[BC)$ tel que $C \in [BD]$.

1) Montrer que $\widehat{CAB} + \widehat{ABC} = \widehat{ACD}$.

2) Que vaut $\widehat{ACD}$ lorsque ABC est équilatéral ? lorsque ABC est rectangle isocèle en B ?

3) On suppose ABC isocèle en C. Exprimer $\widehat{ACD}$ en fonction de $\widehat{ABC}$.

2 Angles et droites parallèles

Exercice 3

Deux droites parallèles (D) et (D') sont coupées par une sécante (Δ) en A et B. L'un des angles de sommet A mesure $65°$. Donner, en justifiant, la mesure des sept autres angles de la figure.

Exercice 4

Dans chaque cas, deux droites sont coupées par une sécante. Sont-elles parallèles ?

a) Deux angles alternes-internes mesurent $41{,}5°$ et $41{,}5°$.

b) Deux angles correspondants mesurent $66°$ et $72°$.

c) Deux angles intérieurs d'un même côté mesurent $131{,}2°$ et $48{,}8°$.

Exercice 5

Deux droites parallèles Δ et Δ' sont coupées par une sécante en A et C. Les bissectrices des angles intérieurs d'un même côté de sommets A et C se coupent en D. Montrer que $\widehat{ADC} = 90\,°$.

Exercice 6

Tracer un triangle ABC isocèle en A. Soit $[At)$ la bissectrice de l'angle extérieur en A. Montrer que (At) et (BC) sont parallèles.

3 Triangle rectangle et cercle

Exercice 7

1) Calculer le périmètre du cercle circonscrit à un triangle EFG rectangle en E dont l'hypoténuse mesure 6 cm.

2) Calculer l'aire du disque limité par le cercle circonscrit à un triangle ABC rectangle en A tel que $BC=5$ cm.

Exercice 8

A et B sont deux points distincts et (C) est le cercle de diamètre $[AB]$.

1) Soit P un point de (C) distinct de A et B. Quelle est la nature du triangle APB ?

2) Soit M un point intérieur au cercle (et non sur (AB)). Montrer que $\widehat{AMB}>90°$. *(Indication : prolonger $[AM]$ jusqu'au cercle.)*

4 Angle inscrit et angle au centre

Exercice 9

A, B, M et N sont quatre points d'un cercle de centre O, avec M et N sur le même arc AB, et $\widehat{AOB}=100°$ (angle au centre interceptant l'arc AB qui ne contient pas M). Calculer $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$.

Exercice 10

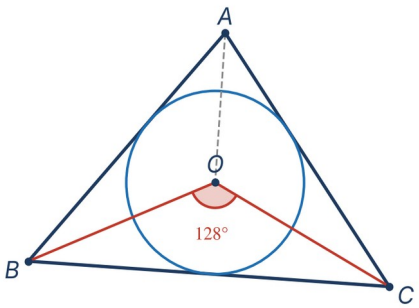
ABC est un triangle équilatéral inscrit dans un cercle de centre O.

1) Calculer $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ et $\widehat{AOC}$.

2) Soit M un point de l'arc AB ne contenant pas C. Calculer $\widehat{AMC}$ et $\widehat{BMC}$.

Exercice 11

O est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC. Sachant que $\widehat{BOC}=128°$, calculer l'angle $\widehat{BAC}$.



Exercice 12

Soit un triangle ABC et (d) la droite parallèle à (BC) passant par A. Les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ coupent (d) respectivement en M et N. Démontrer que les triangles BAM et CAN sont isocèles.

Exercice 13

Soient (C) un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$, M un point variable de (C) distinct de A et B, et I le milieu de $[AM]$.

1) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AIO}$?

2) Sur quel ensemble varie le point I lorsque M varie ?

Exercice 14

Soit AMB un triangle rectangle en M. Le cercle (ξ) de centre A passant par M coupe (AB) en N et P, avec $N \in [AB]$.

1) Montrer que $\widehat{BMN} = \widehat{NPM}$. *(Indication : exprimer chacun de ces angles en fonction de $\widehat{MAN}$.)*

2) On pose $\widehat{MAN} = 80°$. Calculer $\widehat{BMN}$.

Exercice 15

Soit ABC un triangle équilatéral inscrit dans un cercle (ζ) de centre O.

1) Calculer $\widehat{AOB}$ et $\widehat{AOC}$.

2) Soit M un point de l'arc AB ne contenant pas C.

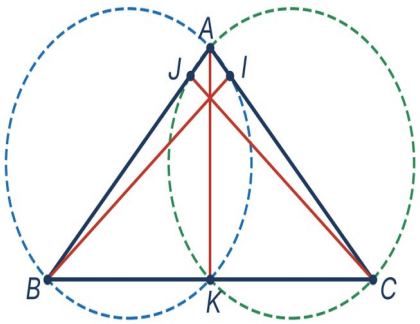
a) Calculer $\widehat{AMB}$.

b) Montrer que $[MC)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{AMB}$.

3) On suppose que $(MC) \perp (AB)$. Montrer que le triangle OAM est équilatéral.

Exercice 16

ABC est un triangle. Les cercles de diamètres $[AB]$ et $[AC]$ se recoupent en K.



1) Démontrer que les points B, K et C sont alignés.

2) (AC) et (AB) recoupent les cercles en I et J (voir figure). Que représentent les droites (AK), (BI) et (CJ) pour le triangle ABC ? Que peut-on en déduire ?

Exercice 17

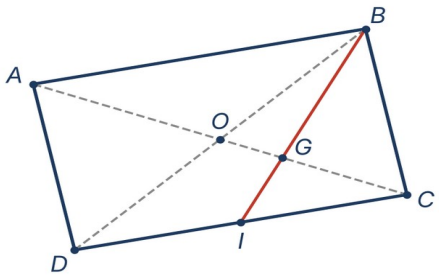
Soit ABC un triangle et I le centre de son cercle inscrit, de rayon r.

1) Exprimer l'aire du triangle IAB en fonction de AB et r, puis celles de IBC et IAC.

2) En déduire l'aire du triangle ABC en fonction de son périmètre p et de r.

Exercice 18

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O ; I est le milieu de $[CD]$ et (BI) coupe (AC) en G. Démontrer que $GB = 2GI$.



Exercice 19

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A, tel que $BC < AB$. $[BB']$ est la hauteur issue de B, $[CC']$ la hauteur issue de C, et E le symétrique de B' par rapport à (BC).

1) Montrer que $\widehat{BCB'} = \widehat{BCE}$ et $\widehat{BCE} = \widehat{ABC}$.

2) En déduire que (AB) est parallèle à (CE).

3) Comparer les triangles $BB'C$ et $CC'B$.

4) En déduire que (BC) est parallèle à $(B'C')$.

Exercice 20

Soit ABC un triangle équilatéral. Le cercle (ζ) de diamètre $[AB]$ recoupe (AC) en O'. On désigne par O et I les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AO']$.

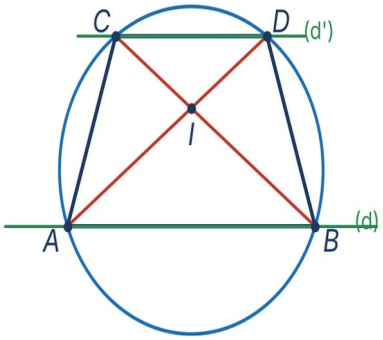
1) Montrer que $\widehat{AOO'} = 60°$, puis que (OO') est parallèle à (BC).

2) Montrer que $\widehat{AOI} = \widehat{ABO'}$ et que $\widehat{IOO'} = \widehat{OO'B}$.

3) La droite (OI) coupe (ζ) en E et F. Montrer que $(OI) \perp (AC)$, puis que la tangente Δ à (ζ) en E est parallèle à (AC).

Exercice 21

Deux droites parallèles (d) et (d') coupent un cercle (c) : (d) en A et B, (d') en C et D, de sorte que $ABDC$ soit un trapèze convexe. Les segments $[AD]$ et $[BC]$ se coupent en I.

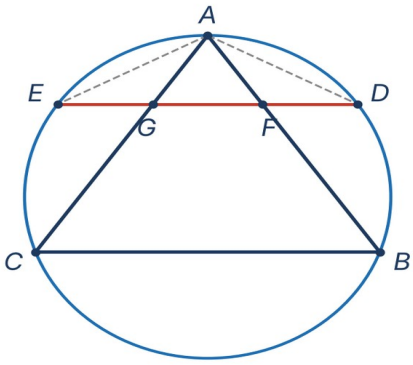


1) Montrer que $\widehat{DAB} = \widehat{ABC}$. En déduire que le triangle ABI est isocèle.

2) Montrer de même que ICD est isocèle, puis que $AD = BC$: le trapèze $ABDC$ est isocèle.

Exercice 22

A, B et C sont trois points d'un cercle (c) ; D est le milieu de l'arc AB ne contenant pas C, et E le milieu de l'arc AC ne contenant pas B. La droite (DE) coupe la corde $[AB]$ en F et la corde $[AC]$ en G. Démontrer que $AF = AG$.


A
E
D
G
F
C
B

Auto-évaluation : vrai ou faux ?

Affirmation	Vrai	Faux
1. Deux angles alternes-internes sont toujours égaux.	☐	☐
2. Si deux angles correspondants sont égaux, les droites sont parallèles.	☐	☐
3. Un triangle inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés est rectangle.	☐	☐
4. Un angle inscrit est le double de l'angle au centre associé.	☐	☐
5. Un angle extérieur d'un triangle mesure au moins autant que chacun des deux angles intérieurs non adjacents.	☐	☐